Article, Published Version

Schnoor, Ernst

Buchbesprechung

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau

Buchbesprechung

FÜHRBÖTER, A. : Der Druckschlag durch Brecher auf Deichböschungen. Mitteilungen des Franzius-Instituts für Grund- und Wasserbau der TH Hannover (1966) H.28

Das von FÜHRBÖTER entwickelte Berechnungsverfahren ermöglicht es, im allgemeinen die Böschungsneigung eines Deckwerks von vornherein so zu bemessen, daß die Brecherzungen von am Deckwerk brechenden Dünungs- und Windwellen - auch von Wellen mit stark verzögertem Brechvorgang - nicht auf das ungeschützte Deckwerk selbst, sondern auf ein über dem Deckwerk liegendes Wasserpolster aufschlagen. Es seien hier wichtige Ergebnisse der Theorie FÜHRBÖTER's zusammengestellt :

Als Grundlage dient die von WIEGEL empirisch ermittelte Beziehung

$$\frac{y_B - h_B}{H_B} = 0{,}78 ,$$

worin alle Größen auf den Brechpunkt bezogen sind :

H_B die Höhe des Brecherkammes über dem vorangehenden Wellental

h_B die Höhe des Ruhewasserspiegels über Sohle (Böschung)

y_B die Höhe des Brecherkammes über Sohle (Böschung)

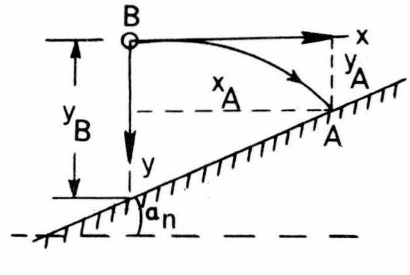
Ferner wird die Tatsache benutzt, daß im Brechpunkt für die horizontal gerichtete Geschwindigkeit v_B des Brecherkammes gilt :

$$v_B = \sqrt{g \cdot y_B} .$$

Die Bahn der Brecherzunge ist dann die <u>Wurfparabel für den horizontalen Wurf mit der Anfangsgeschwindigkeit</u>

$$v_B = \sqrt{g \cdot y_B} .$$

Für den Aufschlagwinkel α findet FÜHRBÖTER eine mit dem Böschungswinkel α_n monoton abnehmende Funktion, deren Werte zwischen 90° $\begin{pmatrix} \text{bei } n = 0 \\ \alpha_n = 90^\circ \end{pmatrix}$ und $54^\circ\ 44'$ $\begin{pmatrix} \text{bei } n = \infty \\ \alpha_n = 0^\circ \end{pmatrix}$ liegen.



Für die Aufschlaggeschwindigkeit v_A im Aufschlagpunkt erhält FÜHRBÖTER :

$$v_A = \sqrt{g \cdot y_B} \cdot \sqrt{(1 + f^2(n))} \quad ,$$

worin die "Böschungsfunktion f (n)" gegeben ist durch :

$$f(n) = \frac{1}{n} (\sqrt{1 + 2n^2} - 1) \; .$$

Für die Kraftwirkung maßgeblich ist die zur Böschung senkrechte Komponente v der Aufschlaggeschwindigkeit v_A. Für diese findet FÜHRBÖTER :

$$v = \sqrt{g \cdot y_B} \cdot \sqrt{\frac{1 + 2n^2}{1 + n^2}}$$

Die auf den Brecherkamm B bezogenen Koordinaten x_A und y_A des Aufschlagpunktes ergeben sich zu (vgl.Skizze) :

$$x_A = y_B \cdot f(n)$$

$$y_A = \frac{y_B}{2} \cdot f^2(n)$$

worin wieder f(n) die "Böschungsfunktion" bedeutet.

Der Aufschlagwinkel α im Aufschlagpunkte A der Böschung ergibt sich zu :

$$\alpha = \text{arctg} \left(\frac{1 + n \cdot f(n)}{n - f(n)} \right)$$

Wegen $\lim\limits_{n \to \infty} f(n) = 2$ ergibt sich daraus:

$$\lim_{n \to \infty} \alpha = \lim_{n \to \infty} \text{arctg} \left(\frac{1/n + f\,(n)}{1 - \frac{1}{n}\, f\,(n)} \right) = \text{arctg}\ (\ 2) = 54^\circ\ 44'.$$

Für n = 0 ist: f(n) = 0 und daher : $\alpha = \text{arctg}\ (\infty) = 90^\circ$.
$\alpha_n = 90^\circ$

Als ein <u>Kriterium für die Sicherheit</u> gegen Aufschlagen von Brechern auf eine wasserfreie Böschung formuliert FÜHRBÖTER den dimensionslosen Ausdruck :

$$\frac{\Delta h}{H_B} = 0{,}78 - (0{,}78 + \frac{h_B}{H_B}) \cdot \frac{f^2(n)}{2} \quad .$$

Da der Aufschlagpunkt unter dem Wasserspiegel liegen soll, muß Δh negativ sein und daher auch die rechte Seite der obigen Gleichung. Wenn das der Fall ist $\left(\frac{\Delta h}{H_B} < 0\right)$, ist die Sicherheit umso größer, je größer der absolute Betrag $\left|\frac{\Delta h}{H_B}\right|$ ist. Je kleiner also die zu erwartenden Werte des Bruches $\frac{h_B}{H_B}$ sind, umso größer muß der Wert der Böschungsfunktion $f(n) = \frac{1}{n} \cdot (\sqrt{1 + 2n^2} - 1)$ gemacht werden, d.h. umso flacher muß die Böschung gewählt werden *), damit die Brecher nicht auf die wasserfreie Böschung aufschlagen.

Bei Zugrundelegung mittlerer Verhältnisse (der Nordseeküste) findet FÜHRBÖTER, daß bei Böschungsneigungen mit $n \geq 6$ Brecherschläge auf wasserfreie Böschung unwahrscheinlich, dagegen für $n = 3$ häufig und für $n = 2$ sehr häufig sind.

Zur Herleitung der durch derartige Brecherschläge (ohne Wasserpolster) erzeugten maximalen Drucke geht FÜHRBÖTER aus von der durch v.KARMAN hergeleiteten bekannten Gleichung:

$$p_{max} = \rho \cdot v \cdot c ,$$

die für den "Wasserschlag" eines von Lufteinschlüssen freien Wasserstrahls mit ebener Stirnfläche und freier Oberfläche gilt, wenn der Strahl einen ebenen Festkörper senkrecht mit der Strahlgeschwindigkeit v trifft. In v.KARMAN's Gleichung bedeuten: $\rho = \frac{\gamma}{g}$ die Dichte des Wassers und c die Schallgeschwindigkeit im Wasser ($c = 1485$ m/s bei 0°C).

v.KARMAN's Gleichung ist bereits von BETZ durch die genauere Gleichung :

$$p_{max} = \rho \cdot v \cdot c \cdot \frac{1}{1 + \frac{c}{c_1}}$$

ergänzt worden, worin $c_1 = \sqrt{\frac{E_1}{\rho_1}}$ die Schallgeschwindigkeit in dem vom Wasserstrahl getroffenen Festkörper bedeutet (z.B. für Beton: $c_1 = 2530$ m/s).

---

*) Da ja f (n) eine mit n monoton wachsende Funktion ist.

Zur Berücksichtigung der Kompression und Expansion von Lufteinschlüssen, die die von Brecherstößen erzeugten "Druckschläge" maßgeblich beeinflussen (verkleinern), hat FÜHRBÖTER die durch v. KARMAN benutzte Differentialgleichung :

$$F \cdot v \cdot dt = \left(\frac{F \cdot c \cdot dt}{E}\right) \cdot dp$$

verallgemeinert zu:

$$(1)\quad \underbrace{F \cdot v \cdot dt}_{\text{Einstrom}^{*)}} = \left[\underbrace{\frac{F \cdot c \cdot dt}{E}}_{\text{Kompression des Wassers}} + \underbrace{\frac{F \cdot D}{\overline{E}_L}}_{\text{Kompression der eingeschl. Luft}}\right] \cdot dp\,,$$

in der F den Querschnitt des freien Wasserstrahles, $\frac{dp}{dt}$ die sekundliche Druckänderung nach dem Aufprall ($t=0$) auf der getroffenen Fläche ($=F$), E die Elastizität des Wassers und $\overline{E}_L$ die mittlere Elastizität der Luft während ihrer Kompression, D die "mittlere Dicke" des eingeschlossenen Luftvolumens V_L ($D=\frac{V_L}{F}$) bedeuten (wegen v und c s.o.). Aus der Differentialgleichung (1) gewinnt FÜHRBÖTER zunächst die Näherungsgleichung:

$$F \cdot v \cdot t = \left[\frac{F \cdot c \cdot t}{E} + \frac{F \cdot D}{\overline{E}_L}\right] \cdot p$$

für die Zeit t nach dem Aufprall ($t=0$). Daraus folgt durch Auflösen der letzten Gleichung nach p für den Zeitpunkt Δt_k nach dem Aufprall, wenn Δt_k die Kompressionsdauer (Zeitintervall zunehmenden Drucks) ist, :

$$(2)\quad p_{max} = \rho \cdot v \cdot c \cdot \frac{1}{1 + \frac{D}{c} \cdot \frac{E}{\overline{E}_L} \cdot \frac{1}{\Delta t_k}}\,,$$

da $E = \rho \cdot c^2$ ist.

Da die Kompression des Wassers im allgemeinen klein ist im Verhältnis zur Kompression der Luft, stellt FÜHRBÖTER zur Berücksichtigung des Ausstromes durch die Oberfläche des Wasserstrahls die Differentialgleichung auf :

$$(1a)\quad \underbrace{F \cdot v \cdot dt}_{\text{Einstrom}} = \underbrace{\frac{F \cdot D}{\overline{E}_L} \cdot dp}_{\text{Kompression d.eingeschl. Luft}} + \underbrace{F_e \cdot v_e \cdot dt}_{\text{Ausstrom}}\,,$$

*) in das "gestörte" Volumen des aus einem Wasser-Luft-Gemisch bestehenden Strahls von der Größe $F \cdot c \cdot dt$, da sich die Aufprall-"Störung" mit der Schallgeschwindigkeit c nach rückwärts im Wasserstrahl fortpflanzt.

worin F_e den Teil der Strahloberfläche bedeutet, den der Ausstrom passiert. FÜHRBÖTER nimmt an, daß sich F_e zeitlich ändert nach der Gleichung : $F_e = U \cdot v \cdot t$, worin U die Umfangslänge von F bedeutet und t die Zeit nach dem Aufprall.

Im Sinne der kinetischen Gasttheorie ist $p \cdot F_e$ gleich der in der Zeiteinheit auf F_e übertragenen Bewegungsgröße, die von den durch F_e hindurch ausgeschleuderten Wasserteilchen mitgeführt wird: $p \cdot F_e = (F_e \cdot v_e) \cdot \rho \cdot v_e$. Daraus folgt:

$$v_e = \sqrt{\frac{p}{\rho}} .$$

Einsetzen obiger Ausdrücke für F_e und v_e in Gleichung (1a) führt zu der Differentialgleichung:

(1b) $F \cdot v - U \cdot v \cdot t \cdot \sqrt{\frac{p}{\rho}} = \frac{F \cdot D}{E_L} \cdot \frac{dp}{dt}$. Da für $t = \Delta t_k$ gilt: $p = p_{max}$ und daher zugleich auch $\frac{dp}{dt} = 0$, folgt aus Gleichung (1b) : $F = U \cdot \Delta t_k \cdot \sqrt{\frac{p_{max}}{\rho}}$ oder mit $\frac{F}{U} = R$:

$$(3) \quad \frac{1}{\Delta t_k} = \frac{1}{R} \cdot \frac{1}{\sqrt{\rho}} \cdot \sqrt{p_{max}} \quad \text{und}$$

$$(3a) \quad \Delta t_k^2 = R^2 \cdot \rho \cdot \frac{1}{p_{max}} .$$

Setzt man nun für $\frac{1}{\Delta t_k}$ in die Gleichung (2) den Ausdruck (3) ein, erhält man FÜHRBÖTER's Gleichung (41):

$$p_{max} = \rho \cdot v \cdot c \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{c \cdot \sqrt{\rho}} \cdot \frac{D}{R} \cdot \frac{E}{\overline{E}_L} \cdot \sqrt{p_{max}}}$$

Da diese Gleichung nicht nach p_{max} auflösbar ist, hat FÜHRBÖTER unter Vernachlässigung der Kompression des Wassers,die ja meistens klein ist relativ zur Kompression der eingeschlossenen Luftmenge, noch eine etwas vereinfachte Formel für p_{max} hergeleitet. Unter dieser meist geringfügigen Vernachlässigung liefert Gleichung (1) für die korrespondierenden Werte $dt = \Delta t_k$ und $dp = p_{max}$:

$$(4) \quad v \cdot \frac{\overline{E}_L}{D} \cdot \Delta t_k = p_{max} .$$

Aus den Gleichungen (4) und (3) folgt zunächst durch Elimination von Δt_k :

$v \cdot R \cdot \sqrt{\rho} \cdot \frac{\overline{E}_L}{D} = p_{max}^{3/2}$, woraus unter Verwendung der Beziehung $E = \rho \cdot c^2$ sich durch Anwendung der bekannten elementaren Regeln der Potenzrechnung bereits FÜHRBÖTER's vereinfachte Gleichung ergibt :

$$(5) \quad p_{max} = \rho \cdot v \cdot c \cdot \sqrt[3]{\frac{c}{v}} \cdot \left(\frac{\overline{E}_L}{E} \cdot \frac{R}{D}\right)^{2/3}$$

Setzt man nach FÜHRBÖTER :

$$(5a) \quad \left(\frac{\overline{E}_L}{E} \cdot \frac{R}{D}\right)^{2/3} = \delta, \text{ so wird :}$$

$$(5b) \quad p_{max} = \rho \cdot v \cdot c \cdot \sqrt[3]{\frac{c}{v}} \cdot \delta .$$

Durch Elimination von p_{max} aus den Gleichungen (5b) und (3a) erhält man

$$\Delta t_k = \frac{R}{\sqrt[3]{v \cdot c^2} \cdot \sqrt{\delta}} .$$

Das ist FÜHRBÖTER's Gleichung (44) für den Zusammenhang der Kompressionsdauer Δt_k, mit dem hydraulischen Radius R des Strahls (Brecherzunge), der "Druckschlagzahl δ" und der Strahlgeschwindigkeit v.

FÜHRBÖTER weist darauf hin, daß die Gleichung (5) wegen der Vernachlässigung der Kompressibilität des Wassers für lufteinschlußfreien "Wasserschlag" (D = 0) den Wert $p_{max} = \infty$ ergibt und diese Gleichung ferner für $D \to \infty$ den nicht zutreffenden Grenzwert $\lim_{D\to\infty} p_{max} = 0$ liefert.

p_{max} kann ja nicht kleiner werden als $\frac{v^2}{2g}$ (= Staudruck der stationären Strömung mit der Stromgeschwindigkeit v).

Solange also bei den im Seegebiet auftretenden Brechern (Druckschlägen) gilt : $0 < D < \infty$ - und das dürfte sicherlich stets der Fall sein - kann für sie die maximale Druckkraft nach FÜHRBÖTER's Gleichung (vgl.Gleichung (5b)) berechnet werden, sobald die wirklich auftretende dimensionslose "Druckschlagzahl δ" bekannt ist. Da jedoch in Gleichung (5a) für $\overline{E}_L$ und R und vor allem für D von vornherein keine Zahlenwerte angegeben werden können, mußte FÜHRBÖTER Druckschlaguntersuchungen im hydraulischen Laboratorium des Franzius Instituts durchführen, um die "Druckschlagzahl δ" zu bestimmen.

Zu den Ausführungen FÜHRBÖTER's im theoretischen Teil seiner Arbeit ist noch zu sagen, daß er kritisch Stellung nimmt zu den Versuchen einiger Autoren (zitiert werden v.KARMAN, BAGNOLD, IRIBARREN, SZEBEHELY, EGOROV und BORG), den beim Aufschlagen eines festen Körpers von vorgegebener geometrischer Gestalt auf die ebene Wasseroberfläche entstehenden maximalen Druck formelmäßig zu erfassen. Auf den Versuch von CUMBERBATCH, den Druckschlag eines Brechers dadurch auf ein quasistationäres Problem zurückzuführen, daß er der Brecherzunge die idealisierte Form einer zweidimensionalen keilförmigen Wassermasse gibt, geht FÜHRBÖTER näher ein und zeigt an Berechnungsbeispielen, daß die Ergebnisse dieser Theorie (für senkrechten Aufschlag) extrem stark vom angenommenen Öffnungswinkel des Wasserkeils abhängen.

Der enge Zusammenhang des Brecherschlags mit dem "Seeschlag" von Schwimmerflugzeugen (beim Aufsetzen) und von Schiffen (bei sehr grober See) und die Beziehung zwischen dem Wasserschlag und der "Gleitfahrt" (Wasserski, Seeflugzeug) werden aufgezeigt.

Schnoor